

Euler 運動方程式(Euler's equation of motion)

針對流體中 1 點，t 時刻時流體的某物理量 F(可為速度、密度、流體溫度、海水鹽份、可溶水物質等)，經過 Δt 後移動至該點附近，產生 ΔF 的變動。若 F 為對空間及時間作連續變動，對 Taylor 級數作展開取其第 1 項得

$$\Delta F = (\mathbf{v} \cdot \nabla F) \Delta t + \frac{\partial F}{\partial t} \Delta t$$

當 $\Delta t \rightarrow 0$ 時

$$\frac{dF}{dt} = \lim \frac{\Delta F}{\Delta t} = \mathbf{v} \cdot \nabla F + \frac{\partial F}{\partial t}$$



dF/dt 表示實質部份的變化， $\partial F / \partial t$ 表示局部變化， $\mathbf{v} \cdot \nabla F$ 為移流項。例如 F 為水溫時，實質部份的時間變化，為該部份局部的時間變化，加上該部份因流動產生受空間傾度 (gradient) 變化的影響。F 為速度向量 \mathbf{v} 時， $d\mathbf{v}/dt$ 為實質部份的加速度，移流項 $\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}$ 的 $\nabla \mathbf{v}$ 表示 $\nabla \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ 作用於 $\mathbf{v}(v_1, v_2, v_3)$ 。

依 2011 埃及尼羅河之旅

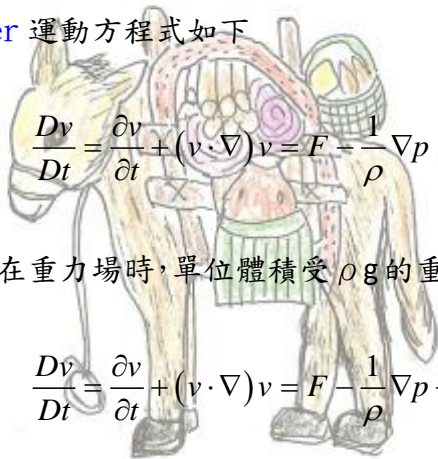
$$\rho \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \rho \mathbf{F} - \nabla p$$

得 Euler 運動方程式如下

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p$$

當流體在重力場時，單位體積受 ρg 的重力作用，上式右邊必須加入重力項如下。

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g}$$



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈